**CF – Révisions**

|  |  |
| --- | --- |
| **Exercice 1 :**  Les formules de Cardan, nommées d’après le mathématicien Girolamo Cardano, donne qu’une solution à l’équation a pour formule :  L’objectif de cet exercice est de démontrer cette formule.  Partie 1 : Simplification de l’équation   1. Démontrer que toute équation de la forme , peut s’écrire sous la forme , où :   (Indication : on pourra poser avec un réel à déterminer).   1. On pose maintenant . Montrer que ce polynôme admet au moins une racine réelle.   Partie 2 : Résolution de cette nouvelle équation  L’idée ici est de poser , avec . On posera ensuite une autre condition sur et afin de simplifier l’équation.   1. Montrer que pour tous . 2. On pose comme condition supplémentaire que . Montrer qu’on aboutit au système : 3. Pour finir on pose . En se rappelant que et sont les racines d’un polynôme du second degré unitaire, trouver :   On considèrera sans démonstration que est positif pour simplifier les calculs.   1. Conclure.   **Exercice 2 :**  Soient et . On suppose que , et que .  Montrer qu’il existe un réel tel que .  (Indication : on pourra poser pour . | **Exercice 3 :**  On appelle « série harmonique » la suite définie pour tout par :   1. Montrer que pour tout , . 2. Montrer qu’il n’existe aucun réel tel que .   **Exercice 4 :**  Soit et deux fonctions , continues.   1. On suppose que pour tout rationnel . Montrer que pour tout réel . Pourquoi l’inégalité n’est-elle pas stricte ? (Indication : pour la deuxième partie de la question, on pourra prendre la fonction nulle, et une fonction qui est strictement positive partout sauf en un point irrationnel). 2. On suppose désormais que, pour tout , avec , on a . Montrer que  est strictement croissante sur . (On pourra prendre tels que , en prouvant que ces nombres existent bien).   **Exercice 5 :**  Montrer que toute fonction peut s’écrire comme la somme d’une fonction paire et d’une fonction impaire.  **Exercice 6 :**  Soit   1. Calculer et 2. Trouver deux racines évidentes de . 3. Montrer que est racine au moins double de . 4. Quel est le degré de  ? 5. Factoriser dans , puis dans . |